



Unterrichtsinhalte Mathematik

Jahrgangsstufe 5

- Stochastik
 - Datenerhebung, Ur- und Strichlisten, absolute Häufigkeit,
 - Erstellung und Auswertung von Säulendiagrammen
- Arithmetik/Algebra I
 - Ordnen, Runden und Schätzen von (großen) Zahlen, Stellenwerttafel,
 - Grundrechenarten
 - Umgang mit verschiedenen Größen (Längen, Zeit, Gewicht, Geld)
- Geometrie I
 - Strecken und Geraden
 - parallele und senkrechte Geraden
 - Abstände
 - Koordinatensystem
 - Symmetrien erkennen und beschreiben
 - Eigenschaften von Vielecken (Schwerpunkt: Dreiecke und Vierecke)
- Arithmetik/Algebra II
 - Terme und Rechengesetze (+, - * : ^Potenz):
 - Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz
 - Schriftliches Rechnen: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division natürlicher Zahlen
 - Sachaufgaben (Elemente des Modellierens)
 - Schätzen
- Geometrie II
 - Flächeninhalte und Umfang
 - Flächeneinheiten
 - Rechtecke, rechtwinklige Dreiecke
 - Maßstäbe
- Arithmetik/Algebra III
 - Primzahlen, Primfaktorzerlegung, Teiler und Vielfache
 - Teilbarkeitsregeln
- Geometrie III
 - Grundlagen einfacher geometrischer Körper (Quader, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel)
 - Schrägbilder und Netze
 - Rauminhalte und Volumeneinheiten
 - Oberflächeninhalt von Quadern und Würfeln
- Arithmetik/Algebra IV
 - Beschreiben und Darstellen von Anteilen, Vergleichen und Ordnen von Brüchen durch Kürzen und Erweitern
 - Verhältnisvorstellung von Brüchen
 - Prozente
 - Brüche als Quotienten

Jahrgangsstufe 6

- Arithmetik/Algebra I
 - Dezimalzahlen und Bruchzahlen, Brüche und periodische
 - Dezimalzahlen
- Geometrie I
 - Koordinatensystem mit negativen Zahlen
 - Kreise

- Winkelgrößen schätzen, messen und zeichnen
- Drehen und Verschieben von Figuren
- Arithmetik/Algebra II
 - Addieren und Subtrahieren von Brüchen und Dezimalzahlen
- Stochastik I
 - Klasseneinteilung, Kreisdiagramm, relative Häufigkeit,
 - Berechnen von Kenngrößen (arithmetisches Mittel, Median)
 - Boxplot (Berechnen von Quartilen und Spannweiten)
 - Erhebungen planen und auswerten
- Arithmetik/Algebra II
 - Multiplizieren und Dividieren von Brüchen und Dezimalzahlen
- Funktionen I
 - Strukturen erkennen und fortsetzen, Abhängigkeiten beschreiben (Terme, graphisch)
 - Elementare Dreisatzberechnung
- Arithmetik/Algebra III
 - Beschreiben von Situationen mit negativen Zahlen und deren Darstellung am Zahlenstrahl und im Koordinatensystem

Jahrgangsstufe 7

- Arithmetik/Algebra I
 - Ganze Zahlen
 - Rationale Zahlen und ihre Anordnung
 - Addieren und Subtrahieren
 - Multiplizieren und Dividieren
 - Rechenvorteile
- Funktionen I
 - Beschreiben und Darstellen von Zuordnungen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, als Graphen und in Termen;
 - Proportionale und antiproportionale Zuordnungen;
 - Anwenden des Dreisatzes
- Geometrie I
 - Winkel an Geradenkreuzungen;
 - Winkel in Drei- und Vielecken
- Funktionen II
 - Grundlagen und Anwendungen der Prozentrechnung;
 - Zinsrechnung
- Geometrie II
 - Konstruieren von Dreiecken;
 - Kongruenz von Dreiecken;
 - Anwendungen
- Arithmetik/Algebra II
 - Aufstellen von Termen mit Variablen;
 - Lösen von Gleichungen mit Hilfe von verschiedenen Verfahren

Jahrgangsstufe 8

- Stochastik I
 - Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten
 - Baumdiagramme und Pfadregeln
- Funktionen I
 - Darstellungsformen, Kenngrößen und Anwendungen linearer Funktionen,
 - Steigung, Steigungsdreieck
- Arithmetik/Algebra I

- Grundvorstellung von Variablen (Platzhalter, Veränderliche, Unbekannte)
- Terme mit mehreren Variablen,
- Termumformungen
- Gesetze, Regeln, binomische Formeln
- Bruchterme
- Geometrie I
 - Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken, Vierecken und zusammengesetzter Figuren
 - Modellieren von Figuren und Flächen
- Arithmetik/Algebra II
 - Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen
 - Algebraische und graphische Lösungsverfahren
 - Anwendungen
- Geometrie II
 - Satz des Thales
 - Ortslinien (Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende), Inkreis, Umkreis, Thaleskreis und Schwerpunkt

Jahrgangsstufe 9

- Arithmetik/Algebra I
 - Reelle Zahlen
 - Quadratwurzeln
 - Wurzeln näherungsweise bestimmen
 - Irrationale Zahlen
 - Rechnen mit Wurzeln
- Funktionen I
 - quadratische Funktionen: Term (Normalform, Scheitelpunktform, faktorisierte Form), Graph, Tabelle, Scheitelpunkt, Symmetrie, Öffnung, Nullstellen und y- Achsenabschnitt
 - Transformation der Normalparabel
 - Extremwertprobleme
- Geometrie I
 - Kreis: Umfang und Flächeninhalt (Kreis, Kreisbogen, Kreissektor), Tangente
 - Körper: Zylinder, Prisma (Oberflächeninhalt und Volumen)
- Arithmetik/Algebra II
 - Begriffsbildung: Potenzen
 - Gesetze und Regeln: Potenzgesetze
- Geometrie II
 - geometrische Sätze: Satz des Pythagoras
 - Körper: Pyramide, Kegel und Kugel (Oberflächeninhalt und Volumen)

Jahrgangsstufe 10

- Stochastik I
 - statistische Daten: Erhebung, Diagramm, Manipulation
 - Wahrscheinlichkeiten und Zufallsexperimente: bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit, Vierfeldertafel, Baumdiagramme, Pfadregeln
- Funktionen I
 - Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen
 - Vertiefung quadratische Funktionen: Term (Normalform, Scheitelpunktform, faktorisierte Form), Graph, Tabelle, Scheitelpunkt, Symmetrie, Öffnung, Nullstellen und y- Achsenabschnitt, Transformation der Normalparabel, Extremwertprobleme
- Geometrie I
 - Abbildung/Lagebeziehung: zentrische Streckungen, Ähnlichkeit, Strahlensätze
- Funktionen II

- Lösungsverfahren für Exponentialgleichungen der Form $bx=c$ (systematisches Probieren, Logarithmieren)
- exponentielle Funktionen: $f(x) = a^qx$, $a > 0$, $q > 0$, Term, Graph, Tabelle
- Wachstum (Anfangswert, Wachstumsfaktor und -rate, Verdopplungs- bzw. Halbwertszeit, langfristige Entwicklung)
- Geometrie II
 - geometrische Sätze: Kosinussatz
 - Trigonometrie: Sinus, Kosinus, Tangens
- Funktionen III
 - Sinusfunktionen: $f(x) = a \sin(bx)$, Term, Graph, Grad- und Bogenmaß, Beschreibung / Modellierung periodischer Vorgänge

Jahrgangsstufe EF

1. Funktionen

- Eigenschaften von Potenzfunktionen
- Einfluss von Parametern auf quadratische Fkt., Potenz- und Sinusfunktion
- Eigenschaften ganzrationaler Funktionen
- Lösen von Polynomgleichungen
- Transformationen

2. Differentialrechnung I

- Mittlere und lokale Änderungsrate
- Grenzwert: Übergang von mittlerer zu lokaler Änderungsrate
- Ableitung als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung
- Sekanten-, Tangenten-, Normalensteigung, Steigungswinkel
- Grafisches Ableiten
- Monotonieverhalten
- Ableitungsregeln für Potenzfunktionen
- Summen- und Faktorregel

3. Geometrie I

- Räumliches kartesisches Koordinatensystem
- Vektoren als Verschiebungen
- Länge von Vektoren
- Abstände von Punkten
- Vektoraddition, Skalarmultiplikation
- Kollinearität von Vektoren
- Eigenschaften geometrischer Figuren

4. Differentialrechnung II

- Lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- Notwendiges und hinreichendes Kriterium für Extrem- und Wendepunkte
- Krümmungsverhalten

5. Geometrie II

- Geraden und Strecken in Parameterform
- Lagebeziehungen von Geraden
- Lineare Gleichungssysteme zur Bestimmung von Lagebeziehungen

Jahrgangsstufe Q1

Gesamtübersicht für die Qualifikationsphase (Q1 und Q2)

Grundkurs

I. Optimierungsprobleme	<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
II. Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen	<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind
III. Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen	<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext- stellen Ebenen in Parameterform dar- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Geraden und Ebenen- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand zu lösen sind- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

(1) Von der Änderungsrate zum Bestand

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

(2) Von der Randfunktion zur Integralfunktion

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

IV. Integralrechnung

(1) Lage- und Streumaße, Zufallsgrößen und ihren Kenngrößen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

(2) Bernoulliexperimente und Binomialverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung

V. Stochastik

- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

(3) Stochastische Prozesse

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen

- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: natürliche Exponentialfunktion, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

VI. Ergänzung und Vertiefung der Analysis

Leistungskurs

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen (Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten)
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an

Optimierungsprobleme

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

II. Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand zu lösen sind
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- stellen Ebenen in Normalenform und Koordinatenform dar
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

(1) Von der Änderungsrate zum Bestand

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

(2) Von der Randfunktion zur Integralfunktion

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
- deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale numerisch
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

III. Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen

IV. Integralrechnung

(1) Lage- und Streumaße, Zufallsgrößen und ihren Kenngrößen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

(2) Bernoulliexperimente und Binomialverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

V. Stochastik I

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die s-Regeln für prognostische Aussagen

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: natürliche Exponentialfunktion, Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis, natürliche Logarithmusfunktion

VI. Ergänzung und Vertiefung der Analysis

- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

(3) Testen von Hypothesen

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

(4) Gaußsche Glockenkurve, Normalverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion

VII. Stochastik II

- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

(5) Stochastische Prozesse

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

(1) *Untersuchungen an Polyedern*

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

(2) *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben*

In diesem Themengebiet können Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen verbunden werden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.

Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnens-(Tangenten-)satz von Euklid.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet

VIII. Ergänzung und Vertiefung der analytischen Geometrie

Jahrgangsstufe Q2

Gesamtübersicht für die Qualifikationsphase (Q1 und Q2)

Grundkurs

I. Optimierungsprobleme

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

II. Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext

III. Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand zu lösen sind
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

(1) Von der Änderungsrate zum Bestand

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

(2) Von der Randfunktion zur Integralfunktion

Die Schülerinnen und Schüler

IV. Integralrechnung

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzzahliger Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

(1) Lage- und Streumaße, Zufallsgrößen und ihren Kenngrößen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

(2) Bernoulliexperimente und Binomialverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

V. Stochastik

(3) Stochastische Prozesse

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: natürliche Exponentialfunktion, Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

VI. Ergänzung und Vertiefung der Analysis

Leistungskurs

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen (Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten)
- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an

Optimierungsprobleme

II. Funktionen beschreiben Formen -
Modellieren von Sachsituationen mit
ganzrationalen Funktionen

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Die Schülerinnen und Schüler

III. Lineare Algebra als Schlüssel zur
Lösung von geometrischen Problemen

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand zu lösen sind
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden und zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- stellen Ebenen in Normalenform und Koordinatenform dar
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

(1) Von der Änderungsrate zum Bestand

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

(2) Von der Randfunktion zur Integralfunktion

IV. Integralrechnung

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
- deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale numerisch
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

(1) Lage- und Streumaße, Zufallsgrößen und ihren Kenngrößen

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

(2) Bernoulliexperimente und Binomialverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

V. Stochastik I

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die s-Regeln für prognostische Aussagen

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: natürliche Exponentialfunktion, Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis, natürliche Logarithmusfunktion

VI. Ergänzung und Vertiefung der Analysis

- führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück
- wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

(3) Testen von Hypothesen

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

(4) Gaußsche Glockenkurve, Normalverteilung

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion

VII. Stochastik II

- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

(5) Stochastische Prozesse

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

(1) *Untersuchungen an Polyedern*

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

(2) *Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben*

In diesem Themengebiet können Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen verbunden werden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.

Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnens-(Tangenten-)satz von Euklid.

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet

VIII. Ergänzung und Vertiefung der analytischen Geometrie